Parametrische Kernresonanz

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Hans Schulenburg

aus Gelsenkirchen

1970

Parametrische Kernresonanz

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Hans Schulenburg

aus Gelsenkirchen

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Referent: Prof. Dr. S. Wilking

Korreferent: Prof. Dr. E. Matthias

Mündliche Prüfung: 6. JULI 1970

Tag der Promotion: 14. AUG. 1970

Zusammenfassung

Die parametrischen Resonanzerscheinungen eines Kernspinsystems mit durch Magnetfeldmodulation bewirkter zeitlich modulierter Lamorfrequenz werden untersucht bei Einstrahlung eines frequenzmodulierten magnetischen Hochfrequenzfeldes. Es wird eine theoretische und experimentelle Analyse der Bewegung des Kernmagnetisierungsvektors gegeben. Grundlage für die mathematische Behandlung bilden die phänomenologischen Blochschen Gleichungen. Für sinusförmige Hochfrequenz- und Magnetfeldmodulation werden stationäre Lösungen angegeben.

Die Einstrahlung eines frequenzmodulierten Hochfrequenzfeldes bei konstanter Larmorfrequenz und die Einstrahlung eines frequenzkonstanten Hochfrequenzfeldes bei modulierter Larmorfrequenz bilden Spezialfälle des allgemeinen Problems. Das in beiden Fällen unterschiedliche Verhalten des Magnetisierungsvektors wird nachgewiesen.

Experimente wurden an Wasserprotonen mit verschiedenen Nachweismethoden durchgeführt:

1. Hochfrequenz-Spektralanalyse der mit einer Blochschen Kreuzspulenanordnung erhaltenen Kerninduktionssignale;

2. konventionelle Lock-In-Detektion der Kernresonanzinformation bei Verwendung eines Kernresonanzdetektors mit passivem Parallelresonanzkreis.

Inhalt

Zusammenfassung

1 Einleitung Seite 2

2 Theoretischer Teil 4

2.1 Transformation der Blochschen Gleichungen 4

2.2 Das Magnetfeld bei sinusförmiger Hochfrequenz- und Feldmodulation 5

2.3 Lösungen für den Magnetisierungsvektor 5

2.4 Unterschied der Response bei Hochfrequenz- und Feldmodulation 8

2.5 Lösungen unter der Bedingung $\omega_2 T_2 \gg 1$ 9

3 Experimenteller Teil 11

3.1 Bloch-Anordnung mit Spektralanalysator als Nachweisinstrument 11

3.1.1 Parameter a der Hochfrequenzmodulation 13

3.1.2 Parameter b der Feldmodulation und Phasendifferenz α 13

3.1.3 Zur Kernresonanzmessung 14

3.1.4 Meßergebnisse 15

3.2 Meßanordnung mit passivem Parallelresonanzkreis 18

3.2.1 Berechnung der niederfrequenten Signalspannung 19

3.2.2 Meßergebnisse 21

1 Einleitung

Befindet sich ein Kernspinsystem einer Kernsorte mit dem gyromagnetischen Verhältnis γ in einem homogenen statischen Magnetfeld B_o, so tritt bei Einstrahlung eines dazu senkrechten (hochfrequenten) magnetischen Wechselfeldes Resonanz für eine Einstrahlfrequenz ω_o ein, die durch γ und B_o festgelegt ist. Wird dem Feld B_o zusätzlich ein paralleles magnetisches Wechselfeld der Frequenz ω_2 überlagert und ist ω_2 genügend groß verglichen mit der Linienbreite, so kann man voneinander getrennte Resonanzbeiträge an den Stellen $\omega_o + k\omega_2$ mit $k = o, \pm 1, \ldots$ beobachten. Solche Resonanzen können als parametrisch bezeichnet werden, weil sie durch periodische Variation (Modulation) eines die Resonanzfrequenz bestimmenden Parameters, hier des Magnetfeldes, zustandekommen. Modulationen dieser Art finden z.B. in der hochauflösenden Kernresonanzspektroskopie Anwendung. Die dadurch mögliche Nachweistechnik ist in der Literatur als Modulationsseitenbandverfahren[1] bekannt.

Moduliert man dagegen die Hochfrequenzeinstrahlung mit der Modulationsfrequenz ω_2, hält aber das Magnetfeld B_o konstant, so tritt wiederum Resonanz an den Stellen $\omega_o + k\omega_2$ auf, aber die Bewegung des Magnetisierungsvektors verläuft, wie in dieser Arbeit theoretisch und experimentell nachgewiesen wird, anders als bei Feldmodulation. Das bedeutet, daß die beiden Modulationsarten bezüglich der Kernresonanzresponse nicht äquivalent sind. Diese Feststellung steht im Gegensatz zu mehrfach in der Literatur geäußerten Auffassungen[1,2,3], obwohl schon Primas[4] auf diesen Sachverhalt hingewiesen hat, ohne jedoch den Unterschied deutlich zu machen. Die bei Hochfrequenzmodulation auftretenden Resonanzen sind nicht parametrisch im obigen Sinne, da das

---

1 Z.B. Haworth, O., Richards, R.F.: In: Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy, Vol. 1, Pergamon Press (1966); dort weitere Literatur

2 Halbach, K.: Helv. Phys. Acta 29, 37 (1956) und Phys. Rev. 119, 123o (196o)

3 Müller-Warmuth, W., Parikh, P.: Z. Naturforschung 16a, 1o63 (1961)

4 Primas, H.: Helv. Phys. Acta 31, 17 (1958)

die Resonanzfrequenz des Kernspinsystems bestimmende Feld B_o konstant gehalten wird.

In dieser Arbeit wird nun das allgemeinere Problem, nämlich das Verhalten des Magnetisierungsvektors des Kernspinsystems bei gleichzeitiger Hochfrequenz- und Feldmodulation mit der gleichen Frequenz ω_2 behandelt. Es wird also der Einfluß der Hochfrequenzmodulation auf die parametrische Resonanz untersucht. Speziell wird gezeigt, daß die Wirkung der einen Modulationsart auf die Response durch die andere nicht völlig kompensiert werden kann, was bei Gleichwertigkeit beider Modulationsarten möglich sein müßte.

2 Theoretischer Teil

2.1 Transformation der Blochschen Gleichungen

Um zu expliziten theoretischen Aussagen zu kommen, wird angenommen, daß die Bewegung des Magnetisierungsvektors den Blochschen Gleichungen[5] genügt. Diese haben in einer kartesischen Basis die Gestalt

$$\begin{aligned}
\dot{M}_x &= -\frac{1}{T_2} M_x + \gamma B_z M_y - \gamma B_y M_z \\
\dot{M}_y &= -\gamma B_z M_x - \frac{1}{T_2} M_y + \gamma B_x M_z \\
\dot{M}_z &= \gamma B_y M_x - \gamma B_x M_y - \frac{1}{T_1} (M_z - M_o) .
\end{aligned} \tag{1}$$

Darin bedeuten M_x, M_y, M_z die Magnetisierungskomponenten, B_x, B_y, B_z die Magnetfeldkomponenten, T_1 die longitudinale und T_2 die transversale Relaxationszeit, γ das gyromagnetische Verhältnis und M_o die Gleichgewichtsmagnetisierung.

Bei frequenzmodulierter Hochfrequenzeinstrahlung und Magnetfeldmodulation läßt sich das wirksame Magnetfeld in der Form

$$B_x = B_1 \cos \varphi(t), \qquad B_y = B_1 \sin \varphi(t), \qquad B_z = B_o + B_2(t) \tag{2}$$

schreiben. Damit die in (1) enthaltenen Ansätze für die longitudinale und transversale Relaxation gültig bleiben, wird angenommen, daß $B_1 \ll B_o$ und $B_2(t) \ll B_o$ für alle Zeiten t erfüllt ist. Zur Lösung des Systems (1) unter den Bedingungen (2) ist es zweckmäßig, die Drehtransformation

$$M_x + iM_y = M_o(u + iv)\, e^{i\Phi(t)} = M_o F\, e^{i\Phi(t)}, \qquad M_z = M_o w \tag{3}$$

mit der (zunächst noch unbestimmten, reellen) Transformationsphase $\Phi(t)$ auf das System (1) anzuwenden. Das ergibt

$$\begin{aligned}
\dot{F} &= -\left[\frac{1}{T_2} + i\left[\dot{\Phi}(t) + \gamma\,(B_o + B_2(t))\right]\right] F + i\,\gamma\, B_1 e^{i\left[\varphi(t) - \Phi(t)\right]} w \\
\dot{w} &= \gamma B_1 \sin\left[\varphi(t) - \Phi(t)\right] u - \gamma B_1 \cos\left[\varphi(t) - \Phi(t)\right] v - \frac{1}{T_1}(w - 1) .
\end{aligned} \tag{4}$$

---

5 Bloch, F.: Phys. Rev. 7o, 46o (1946)

2.2 Das Magnetfeld bei sinusförmiger Hochfrequenz- und Feldmodulation

Die Feldmodulation mit $B_2(t)$ wird sinusförmig mit konstanter Amplitude B_2 und Frequenz ω_2 vorgenommen, so daß in (2)

$$B_z = B_o + B_2 \cos \omega_2 t \tag{5}$$

wird. Damit wird die Larmorfrequenz zeitabhängig,

$$\omega_L = - \gamma B_z = \omega_o - \gamma B_2 \cos \omega_2 t \qquad (\omega_o = - \gamma B_o) \; . \tag{6}$$

Das Hochfrequenzfeld (B_x, B_y) wird eingestrahlt mit der Mittenfrequenz ω_1, die mit dem Frequenzhub $\hat{\omega}$ ebenfalls mit der Frequenz ω_2 sinusförmig moduliert wird. Danach ergibt sich die zeitabhängige Einstrahlfrequenz

$$\omega = \omega_1 + \hat{\omega} \cos (\omega_2 t + \alpha) \; . \tag{7}$$

Die Phasenkonstante α gibt die Phasendifferenz zwischen den Modulationsphasen der Larmorfrequenz ω_L und der Hochfrequenz ω an. Wie später ersichtlich wird, sind die Resonanzerscheinungen des Kernspinsystems entscheidend von der Phasendifferenz α abhängig. Durch Integration von (7) erhält man für die Hochfrequenzphase $\varphi(t)$ in (2)

$$\varphi(t) = \int \omega \, dt = \omega_1 t + (\hat{\omega}/\omega_2) \sin(\omega_2 t + \alpha) + \varphi_o \tag{8}$$

mit der Integrationskonstanten φ_o .
Mit (5) und (8) sind die Magnetfeldkomponenten in (2) festgelegt.

2.3 Lösungen für den Magnetisierungsvektor

Zur Lösung des Systems (4) wird die darin noch freie Transformationsphase $\Phi(t)$ so gewählt, daß sie mit der Phase $\varphi(t)$ des frequenzmodulierten Einstrahlfeldes (B_x, B_y) übereinstimmt, also wegen (8)

$$\Phi(t) = \varphi(t) = \omega_1 t + (\hat{\omega}/\omega_2) \sin(\omega_2 t + \alpha) + \varphi_o \; . \tag{9}$$

Danach ist die Drehgeschwindigkeit $\dot{\Phi}(t)$ des transformierten Systems zeitabhängig,

$$\dot{\Phi}(t) = \omega_1 + \hat{\omega} \cos(\omega_2 t + \alpha) \; . \tag{9a}$$

Mit (5), (6), (9) und (9a) folgt aus (4)

$$\dot{F} = -\left\{\frac{1}{T_2} + i\left[\omega_1 + \hat{\omega}\cos(\omega_2 t + \alpha) - \omega_o + \gamma B_{2}\cos\omega_2 t\right]\right\}F + i\gamma B_1 w \qquad (1o)$$

$$\dot{w} = -\gamma B_1 v - \frac{1}{T_1}(w - 1) \,. \qquad (11)$$

Eine für Zeiten $t \gg T_1$ gültige Lösung (stationäre Lösung) dieses Gleichungssystems kann man erhalten, wenn man die (reelle) Größe v ($|v| \leq 1$) in eine Fourierreihe entwickelt,

$$v = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v_n \, e^{in\omega_2 t} \,. \qquad (12)$$

Dieser Ansatz für v geht auf Gabillard[6] zurück und ist schon von Primas[4] zur Lösung der Blochschen Gleichungen bei Feldmodulation und monochromatischer Hochfrequenzeinstrahlung benutzt worden. Mit (12) ergibt die Integration von (11) für Zeiten $t \gg T_1$

$$w = 1 - \gamma B_1 T_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v_n \frac{1 - in\omega_2 T_1}{1 + (n\omega_2 T_1)^2} \, e^{in\omega_2 t} \,. \qquad (13)$$

Mit diesem Ausdruck für w ist (1o) integrierbar. Die Integration wird jedoch wesentlich vereinfacht, wenn man sich, was im folgenden auch getan wird, auf zeitkonstante Lösungen für w beschränkt. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden. Aus (13) folgt

1. $w = 1$ (14a)

für beliebige Modulationsfrequenzen ω_2 unter der Bedingung

$$\gamma B_1 T_1 \ll 1 \,, \qquad (14b)$$

also bei schwacher Hochfrequenzeinstrahlung; und

2. $w = 1 - \gamma B_1 T_1 v_o$ (15a)

unter der Bedingung

$$\omega_2 T_1 \ll 1 \,, \qquad (15b)$$

wobei (14b) nicht erfüllt zu sein braucht.

Mit zeitkonstantem w führt die Integration von (1o) auf die stationäre Lösung

$$F = i\gamma B_1 T_2 w \, e^{i\theta(t)} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1 - i\left[\omega_1 + (m-n)\omega_2 - \omega_o\right]T_2}{1 + \left[\omega_1 + (m-n)\omega_2 - \omega_o\right]^2 T_2^2} \, J_m(a) \, J_n(b) \, e^{i\left[(m-n)\omega_2 t + m\alpha\right]} \qquad (16)$$

---

6 Gabillard, R.: Compt. Rend. 232, 96 (1951)

mit den Modulationsparametern von Frequenz- und Feldmodulation

$$a = \hat{\omega}/\omega_2 \quad \text{und} \quad b = -\gamma B_2/\omega_2 \tag{17}$$

und der Abkürzung

$$\theta(t) = b \sin \omega_2 t - a \sin(\omega_2 t + \alpha) \; . \tag{18}$$

J_m und J_n sind Besselfunktionen der ganzzahligen Ordnungen m und n .

Gleichung (16) läßt sich einfacher darstellen. Mit $m - n = k$ ($k = o, \pm 1, \ldots$) und der weiteren Abkürzung

$$\omega_1 + k\omega_2 - \omega_o = \omega_k \tag{19}$$

wird zunächst

$$F = i\gamma B_1 T_2 w \, e^{i\theta(t)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1 - i\omega_k T_2}{1 + \omega_k^2 T_2^2} \, e^{ik(\omega_2 t + \alpha)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_{k+n}(a) \, J_n(b) \, e^{in\alpha}$$

und nach Anwendung des Additionstheorems

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_{k+n}(a) \, J_n(b) \, e^{in\alpha} = J_k(c) \, e^{ik\vartheta} , \tag{20}$$

wobei die (reellen) Größen c und ϑ durch

$$c \, e^{i\vartheta} = a - b \, e^{-i\alpha} \tag{21}$$

verknüpft sind, erhält man schließlich

$$F = i\gamma B_1 T_2 w \, e^{i\theta(t)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1 - i\omega_k T_2}{1 + \omega_k^2 T_2^2} \, J_k(c) \, e^{ik(\omega_2 t + \alpha + \vartheta)} \; . \tag{22}$$

Unter der Bedingung (14b), also $w = 1$, stellt (22) schon die explizite Lösung im transformierten System dar. Zur Auffindung der Lösung mit $w = 1 - \gamma B_1 T_1 v_o$ nach (15a) muß noch die Größe v_o ermittelt werden. Zu diesem Zweck wird in (22) auch die Exponentialfunktion mit $\theta(t)$ nach (18) in eine Fourierreihe entwickelt. Die Rechnung ergibt nach nochmaliger Anwendung des Additionstheorems (2o)

$$F = i\gamma B_1 T_2 (1 - \gamma B_1 T_1 v_o) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{1 - i\omega_k T_2}{1 + \omega_k^2 T_2^2} \, J_k(c) \, J_l(c) \, e^{i(k-l)(\omega_2 t + \alpha + \vartheta)} \; .$$

Aus dem zeitkonstanten Anteil ($k = l$) dieses Ausdruckes erhält man v_o und damit

$$w = \left[1 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k^2(c)(1 + \omega_k^2 T_2^2)^{-1}\right]^{-1} \; . \tag{23}$$

Nach Einsetzen von (18) liefert die Rücktransformation von (22) mit (3) unter Berücksichtigung von (9) die vollständige Lösung

$$M_x + iM_y = i\gamma B_1 T_2 M_o w \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1-i\omega_k T_2}{1+\omega_k^2 T_2^2} J_k(c)\, e^{i[(\omega_1+k\omega_2)t + b\sin\omega_2 t + k(\alpha+\vartheta)+\varphi_o]} \qquad (24)$$

mit w = 1 unter der Bedingung (14b) oder mit w nach (23) unter der Bedingung (15b).

Nach (24) können mit ω_k nach (19) für fest vorgegebene Frequenzen $\omega_o, \omega_1, \omega_2$ Responsebeiträge in mehreren Resonanzordnungen k gleichzeitig existieren. Das gilt für solche ω_k, die kleiner oder vergleichbar mit der Linienbreite sind. Der Responsebeitrag k wird durch $J_k(c)$ mit c aus (21),

$$c = (a^2 - 2ab\cos\alpha + b^2)^{1/2} , \qquad (21a)$$

also durch die Parameter a,b und α mitbestimmt. Durch Differentiation des Exponenten in (24) erhält man mit (17) die Präzessionsfrequenz $\omega_1 + k\omega_2 - \gamma B_2 \cos\omega_2 t$. Jeder Beitrag der Ordnung k von M_x und M_y präzediert also frequenzmoduliert um die z-Richtung mit der Mittenfrequenz $\omega_1 + k\omega_2$ und dem durch die Feldmodulation verursachten Frequenzhub $|\gamma B_2|$. Der Einfluß der Frequenzmodulation der Hochfrequenzeinstrahlung, bestimmt durch a und α, betrifft nach (24) nicht das Zeitverhalten der Präzession, sondern zeigt sich nur in einer Änderung der Responseintensität.

2.4 Unterschied der Response bei Hochfrequenz- und Feldmodulation

Aus (24) erhält man mit b = o, woraus sich nach (21) c = a mit ϑ = o ergibt, die Lösung für Hochfrequenzmodulation bei konstantem Magnetfeld B_o

$$(M_x + iM_y)_a = i\gamma B_1 T_2 M_o w_a \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1-i\omega_k T_2}{1+\omega_k^2 T_2^2} J_k(a)\, e^{i[(\omega_1+k\omega_2)t + k\alpha + \varphi_o]} \qquad (25)$$

mit $w_a = 1$ oder w_a aus (23) mit c = a.
Bei ausschließlicher Feldmodulation ist dagegen a = o, woraus nach (21) c = - b mit $\alpha + \vartheta$ = o folgt. Dann wird nach (24)

$$(M_x + iM_y)_b = i\gamma B_1 T_2 M_o w_b \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1-i\omega_k T_2}{1+\omega_k^2 T_2^2} J_k(-b)\, e^{i[(\omega_1+k\omega_2)t + b\sin\omega_2 t + \varphi_o]} \qquad (26)$$

oder nach Entwicklung der Exponentialfunktion $e^{ib\sin\omega_2 t}$

$$(M_x + iM_y)_b = i\gamma B_1 T_2 M_o w_b \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1-i\omega_k T_2}{1+\omega_k^2 T_2^2} J_k(-b)\, J_n(b)\, e^{i\{[\omega_1 + (k+n)\omega_2]t + \varphi_o\}} \qquad (26a)$$

mit $w_b = 1$ oder w_b aus (23) mit $c = -b$.

Der Vergleich von (25) mit (26) bzw. (26a) zeigt den Unterschied der Response. Bei Hochfrequenzmodulation präzedieren die Beiträge k von M_x und M_y mit konstanten Frequenzen und bei Feldmodulation (parametrische Resonanz) frequenzmoduliert um die z-Richtung.

An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, daß mit $a = \Omega/\omega_2 = o$ nach (9a) $\dot{\Phi}(t) = \omega_1$ wird. Bei getrennter Berechnung der Response für Hochfrequenzmodulation und Feldmodulation würde man demnach unter der Voraussetzung, daß wie in (9) $\Phi(t) = \varphi(t)$ gewählt wird, durch verschiedene Transformationen auf ein Gleichungssystem der Form (1o) und (11) geführt. Obwohl dann der Einfluß beider Modulationsarten gleichermaßen in den Faktor von F in Gleichung (1o) eingeht, darf daraus nicht auf eine Äquivalenz beider Modulationsarten geschlossen werden.

2.5 Lösungen unter der Bedingung $\omega_2 T_2 \gg 1$

Unter dieser Bedingung wurden die im 3. Teil der Arbeit beschriebenen Experimente durchgeführt. Mit $\omega_2 T_2 \gg 1$ ist bei Systemen, die den Blochschen Gleichungen gehorchen ($T_2 \leq T_1$), die Bedingung (15b) eingeschlossen. Daher braucht der Fall w = 1 nicht mehr wie bisher gesondert betrachtet zu werden. Nach (24) gibt es bei fest vorgegebenem $\omega_k = \omega_1 + k\omega_2 - \omega_o \approx o$ jetzt nur noch einen merklichen Beitrag in der Umgebung der k-ten Resonanzstelle, wogegen alle anderen Beiträge vernachlässigbar sind. Demzufolge ergibt sich aus (24) eine vereinfachte Lösung, deren Gültigkeit aber auf die Umgebung der Resonanzstelle k (k = o, $\pm$ 1, ...) beschränkt ist,

$$M_x + iM_y = i\gamma B_1 T_2 M_o w_k \frac{1-i\omega_k T_2}{1+\omega_k^2 T_2^2} J_k(c)\, e^{i[(\omega_1 + k\omega_2)t + b\sin\omega_2 t + k(\alpha+\vartheta) + \varphi_o]} .$$

Mit w_k nach (23) erhält man daraus

$$M_x + iM_y = (\tilde{u}_k + i\tilde{v}_k)\, e^{i[(\omega_1 + k\omega_2)t + b\sin\omega_2 t + k(\alpha+\vartheta) + \varphi_o]} \qquad (27)$$

mit

$$\tilde{u}_k + i\tilde{v}_k = i\gamma B_1 J_k(c) T_2 M_o \frac{1 - i\omega_k T_2}{1 + \omega_k^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 J_k^2(c) T_1 T_2} . \qquad (28)$$

In der Spektraldarstellung hat (27) die Gestalt

$$M_x + iM_y = (\tilde{u}_k + i\tilde{v}_k) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(b)\, e^{i\{[\omega_1 + (k+n)\omega_2]t + k(\alpha+\vartheta) + \varphi_o\}} \qquad (29)$$

Aus (29) ergeben sich mit den entsprechenden Größen aus (28) wieder die Lösungen für die Spezialfälle Frequenzmodulation (c = a; ϑ = o) und Feldmodulation (c = - b; $\alpha + \vartheta$ = o)

$$(M_x + iM_y)_a = (\tilde{u}_k + i\tilde{v}_k)_a\, e^{i[(\omega_1 + k\omega_2)t + k\alpha + \varphi_o]}, \qquad (3o)$$

$$(M_x + iM_y)_b = (\tilde{u}_k + i\tilde{v}_k)_b \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(b)\, e^{i\{[\omega_1 + (k+n)\omega_2]t + \varphi_o\}}, \qquad (31)$$

aus denen man wie aus (25) und (26) den Unterschied im Präzessionsverhalten von M_x und M_y erkennt.

3 Experimenteller Teil

Die Art der Signale, die man aufgrund der Response nach (24) bis (26) bzw. für $\omega_2 T_2 \gg 1$ nach (29) bis (31) erhält, ist natürlich abhängig vom Nachweisverfahren, insbesondere davon, ob die durch die Bewegung von M_x und M_y erzeugte Kerninduktionsspannung der resonanzerzeugenden Wechselspannung (Senderspannung) überlagert wird oder nicht. Die Blochsche Kreuzspulenanordnung bietet bei völliger Entkopplung von Sender- und Empfangskreis die Möglichkeit, das Kerninduktionssignal getrennt und nachträglich unbeeinflußt von der Senderspannung zu messen. Sie gestattet damit, die berechnete Präzessionsbewegung von M_x oder M_y unmittelbar experimentell zu überprüfen. In der zu diesem Zweck aufgebauten Apparatur wird dazu als Nachweisinstrument für die Induktionsspannung ein Hochfrequenzspektralanalysator verwendet.

Eine zweite Meßanordnung mit einfachem Parallelresonanzkreis, bei dem also Kernresonanzspannung und Senderspannung überlagert sind, wurde verwendet, um die unter solchen Bedingungen entstehende Signalinformation mit der nach der ersten Meßmethode erhaltenen vergleichen zu können. Mit beiden Meßanordnungen wurde die Abhängigkeit der Response des Kernspinsystems als Funktion der Modulationsparameter a, b und α unter der Bedingung $\omega_2 T_2 \gg 1$ gemessen. Die quantitative Überprüfung der theoretischen Ergebnisse wurde damit auf die Response nach (29) bis (31) beschränkt, die jedoch bezüglich der Abhängigkeit von den Modulationsparametern die gleiche Struktur wie in (24) bis (26) aufweist.

3.1 Bloch-Anordnung mit Spektralanalysator als Nachweisinstrument

Den Aufbau der Apparatur zeigt Abbildung 1. Das vom Magnet 1 erzeugte Magnetfeld B_o wird mit Hilfe der Feldmodulationsspulen 2, die vom NF-Generator 3 über den Verstärker 4 gespeist werden, mit der Amplitude B_2 und der Frequenz ω_2 moduliert. Spulenspannung und Frequenz werden am Oszillografen 5 kontrolliert. Gleichzeitig wird vom Generator 3 über den Phasenschieber 6 die Frequenz des HF-Generators 8 phasenstarr zur Modulationsphase des Magnetfeldes ebenfalls mit der Modulationsfrequenz ω_2 extern moduliert. Vom HF-Ausgang des Generators 8 wird die frequenzmodulierte Spannung dem auf die konstante Mittenfrequenz ω_1 der HF abgestimmtem Erregerkreis des Kreuzspulmeßkopfes 9 zugeleitet. Der zeitliche Verlauf der Frequenz ω des auf diese Weise in der

Erregerspule aufgebauten magnetischen Hochfrequenzfeldes weist dann eine feste Phasendifferenz α bezogen auf den zeitlichen Verlauf der Larmorfrequenz ω_L auf, der durch die momentane Phase des durch die Feldmodulationsspulen 2 aufgebauten niederfrequenten Modulationsfeldes festgelegt ist (siehe (6) und (7)). Die Phasendifferenz α ist abhängig von allen die NF-Phase drehenden Elementen der bis jetzt besprochenen Geräte. Mit Hilfe des Phasenschiebers 6 ist eine definierte Änderung von α möglich, die mit dem extern getriggerten Zweistrahloszillografen 7 gemessen wird.

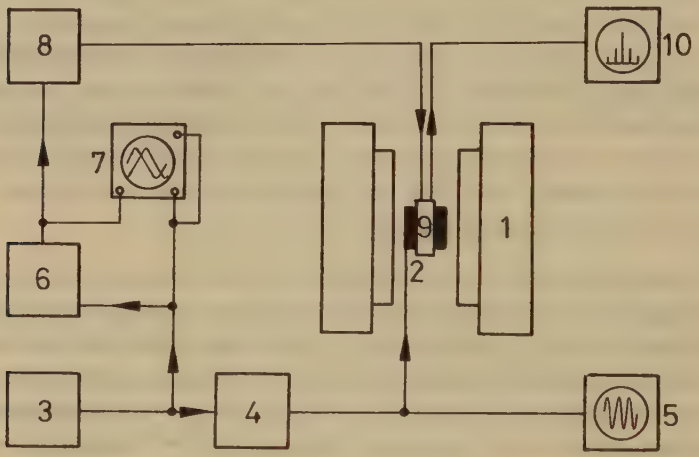


Abb. 1. Blockschaltbild der Apparatur mit Kreuzspulenanordnung

1 Magnet, 2 Modulationsspulen, 3 NF-Generator, 4 NF-Verstärker, 5 Oszillograf, 6 NF-Phasenschieber, 7 Zweistrahloszillograf, 8 extern frequenzmodulierbarer HF-Generator, 9 Kreuzspulmeßkopf (Blochkopf), 1o HF-Spektralanalysator

Der ebenfalls auf die Mittenfrequenz ω_1 der Senderspannung abgestimmte Empfangskreis (Parallelresonanzkreis) des Meßkopfes 9 ist an den HF-Spektralanalysator 1o angeschlossen. Dieser bringt das Fourierspektrum der an seinem Eingang liegenden HF-Spannung nach Betrag und Frequenz auf den Leuchtschirm einer eingebauten Oszillografenröhre zur Anzeige.

Während der Kernresonanzmessung sind Erreger- und Empfangskreis entkoppelt, d.h. die Leakeage-Spannung am Empfangskreis bis unter die Rauschspannung kompensiert. Auf diese Weise wird mit dem Spektralanalysator das Fourierspektrum einer der Kerninduktionsspannung proportionalen Spannung gemessen.

Experimentelle Einzelheiten werden in den folgenden Abschnitten 3.1.1 und 3.1.2 erläutert.

3.1.1 Parameter a der Hochfrequenzmodulation

Gearbeitet wurde bei einer Mittenfrequenz $f_1 = \omega_1/2\pi = 21{,}2$ MHz ($B_o \approx 497o$ G bei Protonenresonanz). Erreger- und Empfangskreis des Meßkopfes 9 (Type V 3441; Varian-Associates) wurden auf diese Frequenz abgestimmt. Am Spektralanalysator 1o (Kombination der Gerätetypen 8553 L, 8552 A und 14o S; Hewlett-Packard) wurde ein Frequenzbereich von einigen $1o^4$ Hz symmetrisch um die Frequenz f_1 ausgeblendet. Die horizontale Achse des Leuchtschirms stellt einen geeichten Frequenz- und die vertikale Achse einen geeichten Spannungsmaßstab dar. Bei unmodulierter Senderspannung und ohne Leakeage-Kompensation im Meßkopf erscheint auf dem Leuchtschirm eine einzelne Spektrallinie. Ist die Senderspannung mit der Frequenz ω_2 und dem Modulationsparameter a frequenzmoduliert,

$$U = \hat{U} \cos(\omega_1 t + a \sin\omega_2 t) = \hat{U} \sum_n J_n(a) \cos(\omega_1 + n\omega_2) t \ ,$$

so kommen die Beträge $|\hat{U}_L J_n(a)|$ der Spektralamplituden der entsprechenden Leakeage-Spannung U_L im Abstand ω_2 voneinander entfernt zur Anzeige. Aus der relativen Höhe der Spektralamplituden kann der Modulationsparameter $a = \hat{\omega}/\omega_2$ bestimmt werden. Voraussetzung für die amplitudengetreue Wiedergabe aller gemessenen Spektralkomponenten ist ein genügend kleiner Modulationshub $\hat{f} = \hat{\omega}/2\pi$ im Vergleich zur Halbwertsbreite beider Meßkopfkreise. Diese Bedingung wurde experimentell eingehalten; daher lagen alle gemessenen Spektralkomponenten praktisch immer im Resonanzmaximum der Meßkopfkreise.

Die Einstellung des Modulationsparameters erfolgte durch Variation des Verstärkungsfaktors eines im Generator 8 eingebauten Modulationsverstärkers. Nach Messung von a wurde die Leakeage-Spannung am Empfangskreis durch Justierung von Paddles bis unter die Rauschspannung ($U_R < 1o^{-6}$ Volt auf dem Leuchtschirm des Analysators bei internen Übertragungsbandbreiten von ca. 1 kHz) kompensiert.

3.1.2 Parameter b der Feldmodulation und Phasendifferenz α

Eine genaue Messung der Feldmodulationsamplitude B_2 am Probenort und damit des Modulationsparameters b ist schwierig, seine Kenntnis aber Voraussetzung für die Berechnung der Bewegung des Magnetisierungsvektors bei parametrischer Resonanz. Es ist bei der Meßordnung jedoch möglich, b über eine Nullmessung der Kernresonanzresponse zu bestimmen, wenn mit bekanntem Parameter a nach

3.1.1 frequenzmoduliert eingestrahlt wird. Nach (21) wird nämlich das Argument c der Besselfunktion $J_k(c)$ bei gleichem Vorzeichen von a und b dann und nur dann gleich Null, wenn sowohl a = b als auch α = o erfüllt sind. Unter dieser Bedingung verschwinden die Funktionswerte aller Besselfunktionen der Ordnungen k ≠ o bis auf $J_o(c=o) = 1$. Dann erhält man nach (24) oder (29) Response nur in der Ordnung k = o, also nach (19) in der durch die Resonanzbreite bedingten Umgebung $\omega_1 \approx \omega_o$, während alle anderen Resonanzen verschwinden. Die Werte a = b und α = o werden gefunden, indem man das zunächst noch nicht verschwindende Signal in einer beliebigen Ordnung k ≠ o betrachtet und es dann durch sukzessive Änderung von b und α zum Verschwinden bringt. Auf diese Weise wird die Messung von b auf die von a zurückgeführt und gleichzeitig die Phasendifferenz α = o eingestellt.

3.1.3 Zur Kernresonanzmessung

Unter der Annahme, daß die Achse der Kerninduktionsspule in y-Richtung liegt, gilt für die am Empfangskreis liegende Kerninduktionsspannung $U \sim - \dot{M}_y$, wonach sich mit M_y aus (29) explizit

$$U_k \sim \sum_n J_n(b) \left[\omega_1+(k+n)\omega_2\right] \left\{\tilde{u}_k \cos\left[(\omega_1+(k+n)\omega_2)t + k(\alpha+\vartheta)\right] + \omega_o\right] - \tilde{v}_k \sin\left[(\omega_1+(k+n)\omega_2)t + k(\alpha+\vartheta)\right] + \omega_o\right]\}$$

ergibt. Von dieser Spannung werden mit dem Spektralanalysator die Beträge der (im Frequenzabstand ω_2 liegenden) Spektralamplituden

$$|U_{kn}| \sim \left| \omega_1 (\tilde{u}_k^2 + \tilde{v}_k^2)^{1/2} J_n(b) \right| , \qquad (n = o, \pm 1, \ldots) \qquad (32)$$

aufgezeichnet. In (32) steht ω_1 für $\omega_1 + (k+n)\omega_2$, was bei $\omega_1 >> \omega_2$ und nicht zu großen Modulationsparametern b (beides war bei den Experimenten erfüllt) zulässig ist.

Im Rahmen dieser Arbeit sind Messungen für verschiedene Parameter a und b durchgeführt und die Abhängigkeit der Response von der Phasendifferenz α gemessen worden. Die Meßwerte stimmen mit den theoretischen Aussagen überein. Im folgenden Abschnitt 3.1.4 wird nur der Fall a = b vorgestellt. Er zeigt in einfachster Weise die Wirkung der Frequenzmodulation der HF-Einstrahlung auf die parametrische Resonanz. Bei diesen Messungen wurden außerdem Sättigungseffekte vermieden, was bedeutet, daß in (28) für alle k die Bedingung

$$\gamma^2 B_1^2 J_k^2(c) T_1 T_2 \ll 1 \qquad (33)$$

eingehalten wurde. Dann unterliegt die relative Größe der Response in den verschiedenen Resonanzordnungen k einer einfacheren Gesetzmäßigkeit als beim Auftreten von Sättigungserscheinungen, die sich, da $J_k^2(c)$ eingeht, in den einzelnen Ordnungen k verschieden stark bemerkbar machen.

Gemessen wurde jeweils an den Stellen $\omega_k = \omega_1 + k\omega_2 - \omega_o = o$. Für die Spektralamplituden der zugehörigen Signalspannung erhält man aus (32) unter Berücksichtigung von (27) und (33) explizit

$$|U_{kn}| \sim | \omega_1 M_o T_2 \gamma B_1 J_k(c)\, J_n(b)|, \qquad (n = o, \pm 1, \ldots). \qquad (34)$$

Zur Reduktion der durch die apparative Instabilität von B_o und ω_1 verursachten Signalschwankungen wurde die Linienbreite der Resonanz durch Zusatz paramagnetischer Ionen zur Probeflüssigkeit H_2O verbreitert. Die Bedingung $\omega_2 T_2 \gg 1$ wurde dadurch im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht verletzt.

3.1.4 Meßergebnisse

Abb. 2 zeigt die Response bei Protonenresonanz unter monochromatischer HF-Einstrahlung im konstanten Magnetfeld B_o. Die Signalspannung ist monochromatisch. Die zugehörige Linie erscheint in der Mitte des Leuchtschirms des Spektralanalysators an der Einstrahlfrequenzstelle f_1. (Die Linienbreite der Signale auf dieser und den folgenden Fotografien ist bedingt durch Filterbandbreiten des Spektralanalysators).

Abb. 2. Response bei monochromatischer HF-Einstrahlung und konstantem Magnetfeld B_o. Einstrahlfrequenz $f_1 = 21{,}2$ MHz, Spannungsempfindlichkeit (vertikale Achse) : 1 : 1

Die Abbildungen 3a und 3b zeigen den Unterschied der Response bei Hochfrequenz- und Feldmodulation. Abb. 3a gibt die Response bei Frequenzmodulation, Abb. 3b bei Feldmodulation (parametrische Resonanz) wieder. Modulationsfrequenz f_2 und Modulationsparameter a und b wurden gleich groß gewählt, so daß ein unmittelbarer quantitativer Vergleich beider Messungen möglich ist. Die Abbildungen geben die spektrale Zerlegung der Signalspannungen in den beobachteten Resonanzordnungen k an. Bei Frequenzmodulation ist die Signalspannung monochromatisch und bei Feldmodulation frequenzmoduliert in quantitativer Übereinstimmung mit (34) bzw. (3o) und (31).

Abb. 4 zeigt die Veränderung der Response bei parametrischer Resonanz bewirkt durch Frequenzmodulation der HF-Einstrahlung.

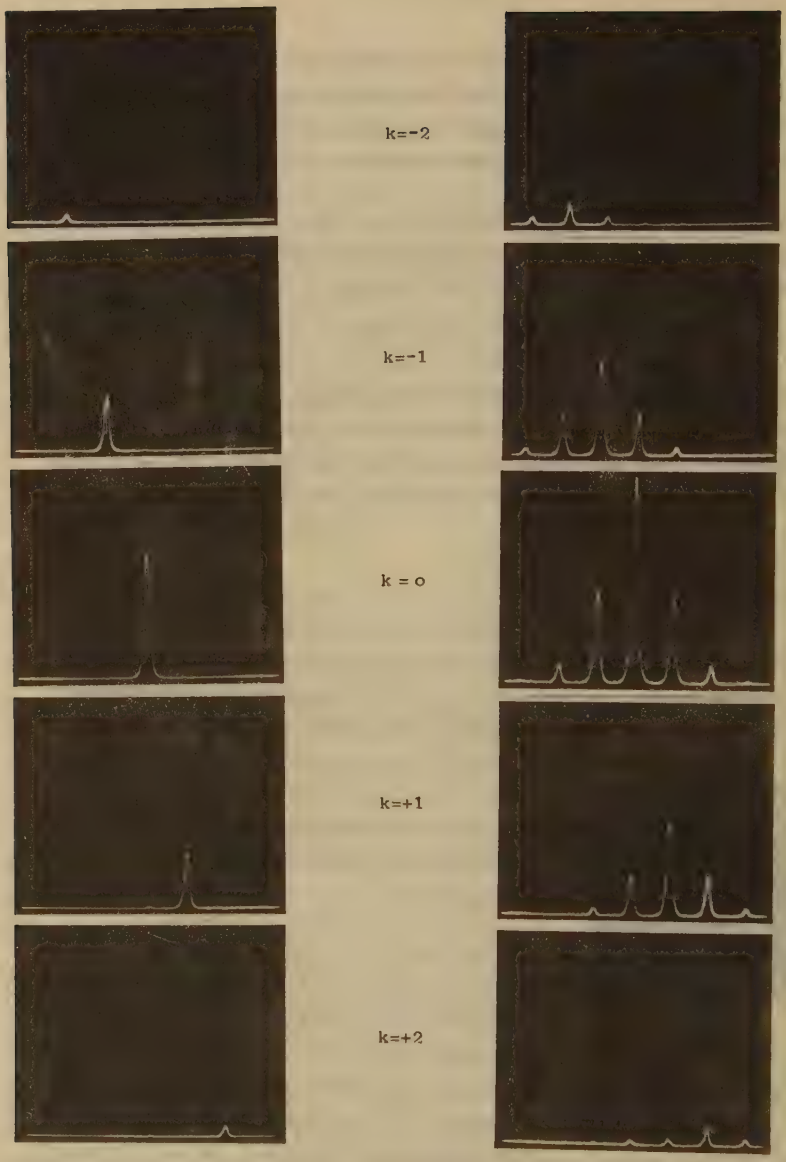


Abb. 3a. Response bei Frequenzmodulation des HF-Einstrahlfeldes und konstantem Magnetfeld B_o. Resonanzordnungen k = o, $\pm$ 1, $\pm$ 2, Mittenfrequenz f_1 = 21,2 MHz, Modulationsfrequenz f_2 = 3,o kHz, Modulationsparameter a = o,8o, b = o, $|U_{ko}| \sim |J_k(a)|$ nach (34), Empfindlichkeit: 1:1

Abb. 3b. Response bei Feldmodulation (parametrische Resonanz) unter monochromatischer HF-Einstrahlung. Resonanzordnungen k = o, $\pm$ 1, $\pm$ 2. In jeder Ordnung sind bis zu 5 Spektralkomponenten (n = o, $\pm$ 1, $\pm$ 2) erkennbar. Hochfrequenz f_1 = 21,2 MHz, Feldmodulationsfrequenz f_2 = 3,o kHz, Modulationsparameter a = o, b = o,8o, $|U_{kn}| \sim |J_k(-b)\, J_n(b)|$ nach (34), Empfindlichkeit: 2:1

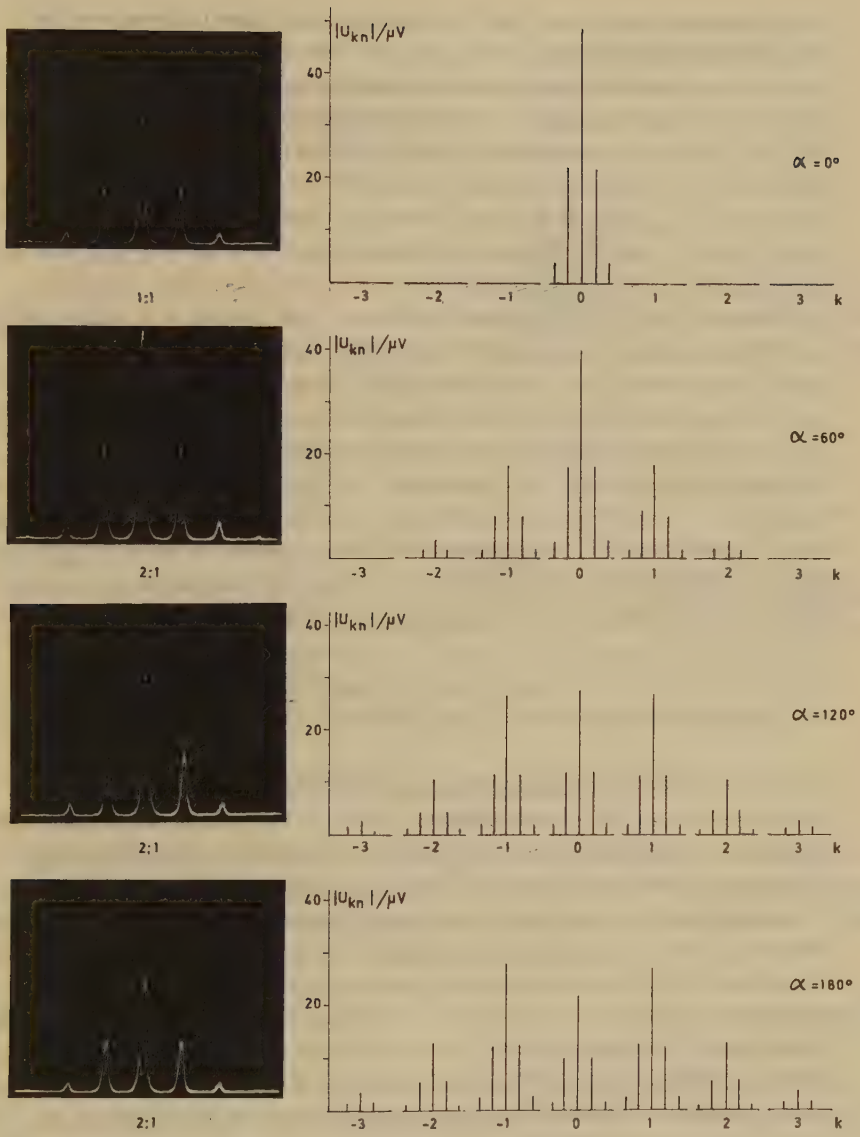


Abb. 4. Veränderung der Response bei parametrischer Resonanz durch Frequenzmodulation der HF-Einstrahlung in Abhängigkeit von der Phasendifferenz α. Mittenfrequenz $f_1 = 21{,}2$ MHz, Modulationsfrequenz von HF- und Feldmodulation $f_2 = 3{,}0$ kHz, Modulationsparameter $a = b = 0{,}80$. Die gemessenen Spannungen $|U_{kn}|$ der Resonanzordnungen k sind grafisch aufgetragen. $|U_{kn}| \sim |J_k(c)\,J_n(b)|$ nach (34) mit c nach (21a). Die Fotografien geben die Originalmessungen bei k = o wieder (Spannungsempfindlichkeit unter den Fotografien angegeben).

Diese Messungen bestätigen, daß die Präzession des Magnetisierungsvektors bei parametrischer Resonanz ($b \neq o$, ω_L nach (6)) immer frequenzmoduliert erfolgt. Die Hochfrequenzmodulation bewirkt nur eine Änderung der Responseintensität in den Ordnungen k, ohne das Präzessionsverhalten zu beeinflussen. Unter der speziellen Bedingung $a = b$ und $\alpha = o$ wird die Differenz zwischen Hochfrequenz ω und Larmorfrequenz ω_L nach (6) und (7) zeitkonstant: $\omega - \omega_L = \omega_1 - \omega_o$. Dann erhält man Response nur bei $k = o$ (Abb. 4 oben). Dieser Fall ist vergleichbar mit monochromatischer Einstrahlung und konstantem Magnetfeld (Abb. 2). Im ersten Fall ist die Signalspannung jedoch frequenzmoduliert, im zweiten monochromatisch. Das beweist auch experimentell die in der Einleitung aufgestellte Behauptung, daß die Wirkung der einen Modulationsart durch die andere nicht völlig kompensiert werden kann. Aus Abb. 4 erkennt man ferner, daß bei wachsender Phasendifferenz α die Responseintensität in höhere Resonanzordnungen k verschoben wird, was seinen mathematischen Ausdruck in den Funktionswerten von $J_k(c)$ findet. Bei gegenphasiger Modulation ($\alpha = 180^o$) werden die höchsten Resonanzordnungen k beobachtet. Für $\alpha = 60^o$, womit bei $a = b$ aus (21) $c = b$ folgt, stimmen die Werte $| U_{kn} |$ mit denen bei Feldmodulation überein (Abb. 3b), d.h. die parametrische Response bleibt in diesem Fall (bis auf konstante Phasenfaktoren) unbeeinflußt.

3.2 Meßanordnung mit passivem Parallelresonanzkreis

Den Aufbau der Apparatur zeigt Abb. 5. Die Funktion der Geräte 1 bis 8 ist die gleiche wie in der ersten Apparatur. Gerät 9 ist ein Kernresonanzdetektor mit passivem Parallelresonanzkreis und nachfolgender Diodengleichrichtung. Mit dem Spektralanalysator 1o wird in dieser Anordnung nur das Spektrum der eingestrahlten HF-Spannung gemessen. Die bei Kernresonanz auftretende Responsespannung ist der Senderspannung überlagert. Da in 9 eine Diodengleichrichtung vorgenommen wird, kann nur eine durch die Kernresonanzspannung verursachte niederfrequente Amplitudenmodulation der HF-Spannung zum Nachweis kommen. Wie im Abschnitt 3.2.1 gezeigt wird, ist die zugehörige niederfrequente Spannung spektral zerlegbar in einen Gleichspannungsanteil und eine Summe mit ganzzahligen Vielfachen der Modulationsfrequenz ω_2 oszillierender Anteile.

Der Gleichspannungsanteil des Signals wurde durch "differentielles Abtasten" mit Hilfe eines weiteren magnetischen Wechselfeldes des Amplitude $B_3 \ll 1/\gamma T_2$ und der Frequenz $\omega_3 \ll 1/T_2$ auf übliche Weise nachgewiesen (Geräte 11 bis 16).

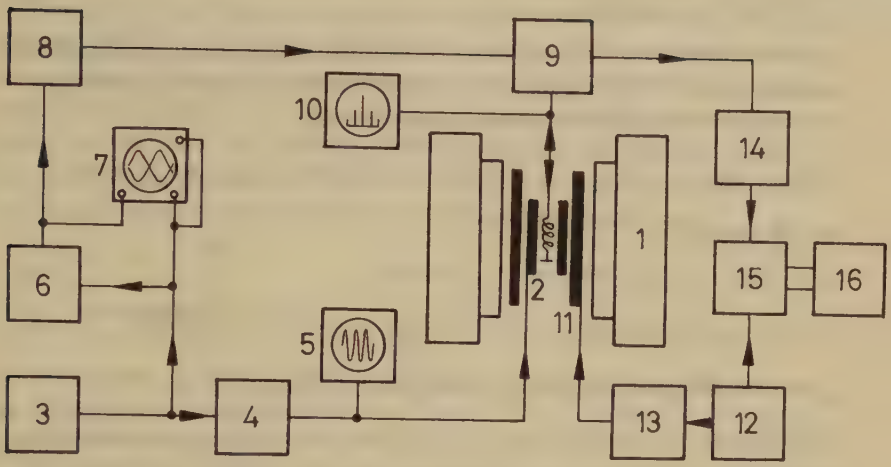


Abb. 5. Blockschaltbild der Apparatur mit Parallelresonanzkreis

1 Magnet, 2 Feldmodulationsspulen, 3 NF-Generator, 4 NF-Verstärker, 5 Oszillograf, 6 NF-Phasenschieber, 7 Zweistrahloszillograf, 8 extern frequenzmodulierbarer HF-Generator, 9 Kernresonanzdetektor mit passivem Parallelresonanzkreis, 1o HF-Spektralanalysator, 11 Modulationsspulen zum "differentiellen Abtasten", 12 NF-Generator, 13 NF-Verstärker, 14 Schmalbandverstärker mit Vorverstärker, 15 Lock-In-Detektor, 16 Schreiber

3.2.1 Berechnung der niederfrequenten Signalspannung

Bei einem auf die konstante Frequenz ω_1 eines angeschlossenen HF-Generators abgestimmten passiven Parallelresonanzkreis einer Güte $Q \gg 1$ gilt bei gleichzeitiger Anwesenheit einer Kernresonanzspannung der gleichen Frequenz ω_1 für die gesamte Kreisspannung U^c in komplexer Schreibweise

$$U^c = i(\omega_1 L \hat{I}_L - Q\hat{U}_s)\, e^{i\omega_1 t} . \qquad (35)$$

Darin bedeutet $\hat{U}_s$ die Amplitude der EMK der Kernresonanzresponse, L die Induktivität der Spule und $\hat{I}_L$ die Amplitude des Spulenstroms bei $\hat{U}_s = o$. Sind Generatorspannung und Kernresonanz-EMK frequenzmoduliert aber die zugehörigen Frequenzhübe $|\hat{\omega}|$ und $|\gamma B_2|$ genügend klein gegen die Resonanzbreite des Kreises, so läßt sich auch in diesem Fall eine Gleichung der Form (35) zur Berechnung der gesamtem Kreisspannung anwenden. Da der Spulenstrom I_L mit dem magnetischen Wechselfeld gegeben durch (2) und (8) phasengleich ist, läßt sich die Kreisspannung ausdrücken durch

$$U^c = i(\omega_1 L \hat{I}_L - Q\hat{U}_s(t))\, e^{i\varphi(t)} \quad . \tag{36}$$

Liegt die Spulenachse in x-Richtung, so ist die reelle EMK der Kernresonanzresponse gleich $-C\dot{M}_x$, wobei die Konstante C Spulenparameter erfaßt. Mit (27) berechnet man unter Berücksichtigung von (8)

$$-C\dot{M}_x = C\omega_1 [(\tilde{u}_k \cos\delta_k - \tilde{v}_k \sin\delta_k)\sin\varphi + (\tilde{u}_k \sin\delta_k + \tilde{v}_k \cos\delta_k)\cos\varphi]$$

mit der Abkürzung

$$\delta_k = k\omega_2 t - a\sin(\omega_2 t + \alpha) + b\sin\omega_2 t + k(\alpha + \vartheta) \quad . \tag{37}$$

In komplexer Schreibweise ($\cos\varphi \to e^{i\varphi}$; $\sin\varphi \to -ie^{i\varphi}$) ergibt sich

$$\hat{U}_s(t) = C\omega_1 [(\tilde{u}_k \sin\delta_k + \tilde{v}_k \cos\delta_k) - i(\tilde{u}_k \sin\delta_k - \tilde{v}_k \cos\delta_k)] \quad .$$

Nach Einsetzen dieses Ausdrucks in (36) erhält man explizit die hochfrequente Kreisspannung U^c, von der nach Amplitudendemodulation durch die Diode mit nachgeschaltetem Bandfilter der Betrag U des mit $\hat{I}_L$ phasengleichen niederfrequenten Signalspannungsanteils

$$U \sim Q\, C\, \omega_1 (\tilde{u}_k \sin\delta_k + \tilde{v}_k \cos\delta_k) \tag{38}$$

zum Nachweis kommt. Die Spektraldarstellung von (38) erhält nach Einsetzen von (37) und kurzer Rechnung unter Benutzung von (2o) die Form

$$U \sim Q\, C\, \omega_1 \sum_n J_n(c)[\tilde{u}_k \sin(k-n)(\omega_2 t + \alpha + \vartheta) + \tilde{v}_k \cos(k-n)(\omega_2 t + \alpha + \vartheta)] \quad . \tag{39}$$

Für die Spezialfälle Hochfrequenzmodulation bzw. Feldmodulation folgt daraus wieder

$$U_a \sim Q\, C\, \omega_1 \sum_n J_n(a)[\tilde{u}_{ka} \sin(k-n)(\omega_2 t + \alpha) + \tilde{v}_{ka} \cos(k-n)(\omega_2 t + \alpha)] \quad , \tag{4o}$$

$$U_b \sim Q\, C\, \omega_1 \sum_n J_n(-b)[\tilde{u}_{kb} \sin(k-n)\,\omega_2 t + \tilde{v}_{kb} \cos(k-n)\,\omega_2 t] \quad . \tag{41}$$

Der Vergleich von (4o) und (41) zeigt, daß die niederfrequenten Signalspannungen bei Frequenz- und Feldmodulation die gleiche Form haben, was aber nur daraus resultiert, daß bei dieser Nachweismethode Senderspannung und Kernresonanzspannung überlagert werden: Bei Frequenzmodulation die monochromatische Kernresonanzspannung mit der frequenzmodulierten Senderspannung und bei Feldmodulation die frequenzmodulierte Kernresonanzspannung mit der monochromatischen Senderspannung. Dies führt in beiden Fällen zu einer gleichartigen niederfrequenten Amplitudenmodulation, die durch die Hochfrequenz-

gleichrichtung detektiert wird. Mit einer Nachweistechnik dieser Art ist also der Unterschied im Präzessionsverhalten des Magnetisierungsvektors nicht feststellbar, obwohl er nach (25) und (26) bzw. (3o) und (31) und den Meßergebnissen (Abb. 3) existiert. Die Spannung nach (39) für gleichzeitige Hochfrequenz- und Feldmodulation hat die gleiche Form wie in (4o) und (41). Die Größe c in (39) kann als effektiver Modulationsparameter gedeutet werden. Nach (39) erhält man bei a = b und α = o, also c = o, jetzt auch ein Signal wie bei monochromatischer Einstrahlung im konstanten Magnetfeld.

3.2.2 Meßergebnisse

Von der gesamten in (39) enthaltenen Signalinformation wurde repräsentativ der zeitkonstante Anteil (n = k)

$$U^{(n=k)} \sim Q\, C\, \omega_1\, J_k(c)\, \tilde{v}_k \qquad (42)$$

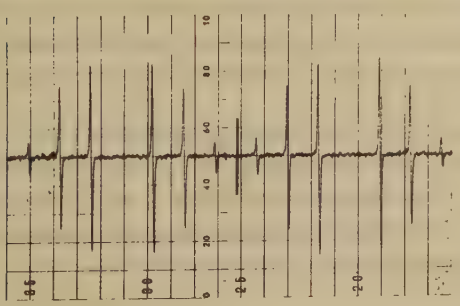
nachgewiesen. Es wurde wieder unter der Bedingung (33) gemessen. Mit $\tilde{v}_k$ nach (28) ergibt sich dann aus (42)

$$U^{(n=k)} \sim Q\, C\, \omega_1 \gamma B_1 T_2 J_k^2(c)(1+\omega_k^2 T_2^2)^{-1} \quad . \qquad (43)$$

Durch differentielles Abtasten von $U^{(n=k)}$ bei genügend langsamem B_o-Sweep ("langsam adiabatischer" Resonanzdurchgang, so daß der zeitkonstante Ausdruck (43) gerechtfertigt bleibt), erhält man Signale, die durch

$$U_d^{(n=k)} \sim J_k^2(c)\, g_k(\omega_k T_2) \qquad (44)$$

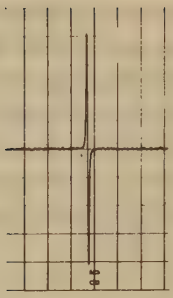
gegeben sind, wenn sonst alle Parameter konstant gehalten werden. Die Funktion $g_k(\omega_k T_2)$ beschreibt die Linienform des differenzierten Signals.



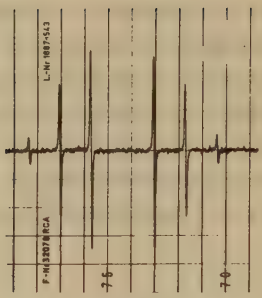
Feldmodulation | Frequenzmodulation

Abb. 6. Links: Signale bei Feldmodulation (parametr. Res.) unter monochrom. HF-Einstrahlung. Hochfrequenz f_1 = 15,o MHz, Modulationsfrequenz f_2 = 3,o kHz, Modulationsparameter a = o, b = 2,4o, beobachtete Resonanzordnungen k = o, ± 1, ± 2, ± 3, $U_d^{(n=k)} \sim J_k^2(b)\, g_k(\omega_k T_2)$.

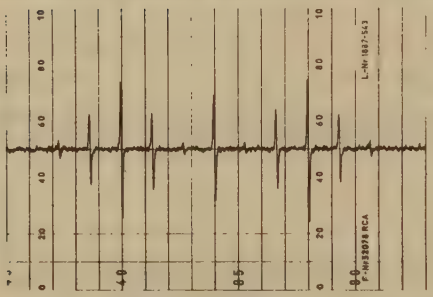
Rechts: Signale bei Frequenzmodulation, f_1 = 15,o MHz, f_2 = 3,o kHz, a = 2,4o, b = o, k = o, ± 1, ± 2, ± 3, $U_d^{(n=k)} \sim J_k^2(a)\, g_k(\omega_k T_2)$. Wegen $J_o(2{,}4o) \approx o$ ist in beiden Fällen $U_d^{(n=o)} \approx o$. Empf.: 2,5 : 1



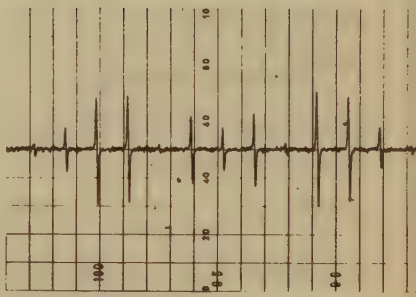
$\alpha = o^{o}$, Empf. 1:1



$\alpha = 6o^{o}$, Empf. 2,5:1



$\alpha = 12o^{o}$, Empf. 2,5:1



$\alpha = 18o^{o}$, Empf. 2,5:1

Abb. 7. Signale bei gleichzeitiger HF- und Feldmodulation in Abhängigkeit von der Phasendifferenz α. Mittenfrequenz $f_1 = 15{,}o$ MHz, Modulationsfrequenz von HF- und Feldmodulation $f_2 = 3{,}o$ kHz, Modulationsparameter $a = b = 2{,}4o$. $U_d^{(n=k)} \sim J_k^2(c)\, g_k(\omega_k T_2)$ mit c nach (21a).

Zur Messung wurde die Linienbreite der Protonenresonanz durch Zusatz paramagnetischer Ionen zur Probeflüssigkeit H_2O verbreitert, damit die Bedingungen für differentielles Abtasten leichter eingehalten werden konnten.

Die Abbildungen 6 und 7 sind Fotografien von Schreiberprotokollen. Abb. 6 zeigt zum Vergleich Signale einmal bei Hochfrequenz- und einmal bei Feldmodulation. Modulationsfrequenz f_2 und Modulationsparameter a bzw. b wurden in beiden Fällen gleich gewählt. Die Signale gleicher Resonanzordnungen k stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit überein, wie durch (44) bzw. (41) beschrieben.

Abb. 7 zeigt Signale bei gleichzeitiger Hochfrequenz- und Feldmodulation mit a = b als Funktion der Phasendifferenz α. Bei $\alpha = o^{o}$ erscheint ein Signal in der Ordnung k = o, also bei $\omega_1 \approx \omega_o$, wie bei monochromatischer Einstrahlung im konstanten Magnetfeld B_o. Die höchsten Resonanzordnungen treten wieder bei gegenphasiger Modulation ($\alpha = 180^{o}$) auf. Bei der vorliegenden Parameterwahl sind die Ordnungen $k = \pm 6$ noch erkennbar.

Die vorliegende Arbeit wurde angefertigt im III. Physikalischen Institut der Freien Universität Berlin. Ich danke Herrn Prof. Dr. S. Wilking für sein förderndes Interesse und für wertvolle Diskussionen. Herrn Dr. C. Arndt vom Institut für Organische Chemie der Technischen Universität Berlin danke ich für die leihweise Überlassung des Kreuzspulmeßkopfes.

Lebenslauf

Am 28.8.1937 wurde ich als Sohn von Johann Schulenburg und seiner Ehefrau Gertrud, geb. Ehrenberg, in Gelsenkirchen geboren. Die Grundschule besuchte ich ab Herbst 1943 bis zum Frühjahr 1948 in den Städten Bitburg (Eifel), Bitterfeld und Gelsenkirchen. Nach neunjährigem Besuch des Städt. Grillo-Gymnasiums in Gelsenkirchen bestand ich im Frühjahr 1957 die Reifeprüfung. Anschließend war ich ein halbes Jahr als Praktikant in der Industrie tätig.

Im Wintersemester 1957/58 begann ich an der TH Karlsruhe das Physikstudium und schloß am 7.11.196o die Diplomvorprüfung ab. Meine Diplomarbeit machte ich bei Prof. Dr. H. Leussink im Institut für Bodenmechanik und Grundbau der TH unter der Betreuung von Priv. Doz. Dr. W. Ständer und Prof. Dr. W. Buckel. Die Diplomhauptprüfung war am 15.7.1964 abgeschlossen. Danach war ich im Physikalischen Institut der TH tätig. Vom Frühjahr 1965 an bin ich als Wiss. Assistent bei Prof. Dr. S. Wilking im III. Physikalischen Institut der FU Berlin beschäftigt.

Druck: Dissertationsdruckstelle, 1 Berlin 33